

**CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI
INFORMATICĂ
GRIGORE C. MOISIL
Ediția a XXVIII - a, Bistrița, 15 -17 martie 2013**

CLASA a VII -a

1. Fie $ABCD$ un patrulater și $\{O\} = AC \cap BD$. Arătați că dacă

$$\frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} + \frac{S_{BOC}}{S_{COD}} + \frac{S_{COD}}{S_{AOD}} + \frac{S_{AOD}}{S_{AOB}} = 4$$

atunci $ABCD$ este paralelogram (S_{XYZ} reprezintă aria triunghiului XYZ).

2. Fie patrulaterul $ABCD$ cu $AB = BC = AD$, $m(\widehat{BAC}) = 20^\circ$ și $m(\widehat{ABD}) = 40^\circ$. Dacă O este punctul de intersecție al diagonalelor, demonstrați că $[OC] \equiv [OD]$.

3. Se consideră două numere naturale consecutive care în baza $2b$, $b \in \mathbb{N}^*$ se termină cu aceeași cifră. Să se arate că produsul lor este egal cu pătratul mediei lor aritmetice micșorat cu b^2 .

4. Să se determine $\min(\max\{\frac{x}{y} + z, zy + \frac{1}{x}, \frac{1}{xz} + y\})$, unde x, y, z sunt numere reale pozitive.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 3 ore.